

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

**Государственное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
«Уральский государственный университет им. А.М. Горького»**

ИОНЦ «Информационная безопасность»

Математико-механический факультет

Кафедра алгебры и дискретной математики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

Графы и матроиды

Экзаменационные материалы

Авторы:

**Баранский В.А., доктор физико-математических наук, профессор
кафедры алгебры и дискретной
математики**

**Расин В. В., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры
алгебры и дискретной математики**

**Екатеринбург
2008**

ВОПРОСЫ

к зачету, 1-й семестр

1. Теорема об оценках числа ребер в обыкновенном графе и ее следствия.
2. Матрица смежности графа, число маршрутов заданной длины в графе.
3. Матрица Кирхгофа и алгебраические дополнения элементов.
4. Матрица инцидентности и ее связь с матрицей Кирхгофа.
5. Теорема о характеристизации деревьев и ее следствия.
6. Остовы, лемма о замене для остовов.
7. Характеризация деревьев через минор матрицы инцидентности.
8. Теорема Кирхгофа о числе остовов.
9. Характеризация эйлеровых графов.
10. Алгоритм Флери.
11. Графы, произвольно вычерчиваемые из заданной вершины.
12. Теорема Хватала о гамильтоновых графах.
13. Следствия теоремы Хватала.
14. Теорема Редди и Камиона.
15. Условие Жордана-Дедекинда для полумодулярных решеток.
16. Функция размерности для полумодулярных решеток.
17. Существование относительных дополнений в конечномерных геометрических решетках.
18. Теорема Биркгофа-Уитни.
19. Лемма об основных свойствах независимых множеств.
20. Лемма об основных свойствах ранговой функции, характеристизации оператора замыкания в матроидах.
21. Аксиомы независимости.
22. Аксиомы баз.
23. Ранговые аксиомы.
24. Аксиомы циклов.
25. Теорема о кобазах матроида.
26. Характеризация циклов через коциклы.
27. Жадный алгоритм для семейства независимых множеств матроида.
28. Жадный алгоритм для семейства объектов, не удовлетворяющих аксиоме независимости (I. 2).
29. Теорема о матроиде циклов графа и матрице инцидентности.
30. Теорема о матроиде, двойственном к векторному матроиду.
31. Пространство циклов бинарного матроида и его размерность.
32. Характеризация коциклов фундаментальной системы через фундаментальную систему циклов.

ВОПРОСЫ

к зачету, 2-й семестр

33. Пространство циклов графа и его векторы.
34. Пространство разрезов графа и его векторы.
35. Ортогональность пространства циклов и пространства разрезов графа.
36. Монотонные полумодулярные функции, теорема Эдмондса.
37. Теорема Холла и ее следствия (теорема Эдмондса-Фалкерсона, условия существования трансверселей и частичных трансверселей).
38. Теорема Холла и ее следствия (теоремы Кенига и Оре).
39. Теорема Холла и ее следствие для систем различных представителей.
40. Теорема Радо.
41. Дизъюнктное объединение и сумма матроидов, связь между ними.
42. Теорема Нэш-Вильямса для суммы матроидов.
43. Следствия теоремы Нэш-Вильямса о покрытиях базами и остовами.
44. Теорема Нэш-Вильямса о числе древовидности.
45. Число древовидности полного графа.
46. Блоки и точки сочленения, теорема о точках сочленения.
47. Теорема о свойствах блоков.
48. Дерево блоков и точек сочленения связного графа.
49. Укладки графов на плоскости и сфере.
50. Формула Эйлера для плоских графов и ее следствие для многогранников.
51. Непланарность K_5 и $K_{3,3}$.
52. Теорема Понтрягина-Куратовского, доказательство того, что контрпример является блоком.
53. Теорема Понтрягина-Куратовского, существование цикла.
54. Теорема Понтрягина-Куратовского, существование внешней части с необходимыми свойствами.
55. Теорема Понтрягина-Куратовского, завершение доказательства (поиск графов K_5 и $K_{3,3}$).
56. Теорема Вагнера-Харари-Татта (случай подграфа, стягиваемого к $K_{3,3}$).
57. Теорема Вагнера-Харари-Татта (случай подграфа, стягиваемого к K_5).
58. Двойственные графы (леммы 1 и 2, следствия).
59. Двойственные графы (графы $K_{3,3}$ и K_5 , теорема Уитни).
60. Теорема Брукса о раскрасках графа.
61. Теорема Хивуда о пяти красках.
62. Хроматический многочлен объединения графов.
63. Хроматический многочлен произведения графов.
64. Коэффициенты хроматических многочленов.